симости от температуры (рис.2.)

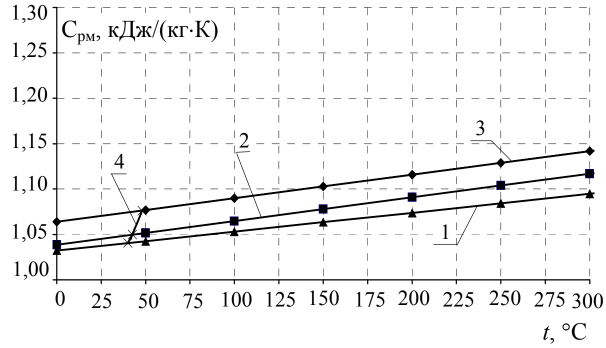

Рис.2. Теплоемкость рабочего тела на такте сжатие при изменении нагрузки по нагрузочной характеристике при n=3000 мин$^{-1}$
1– изменение C_{pm} при нагрузке P_e=0,15 МПа; 2 – изменение C_{pm} при нагрузке P_e = 0,31 МПа; 3 – изменение C_{pm} при нагрузке P_e = 0,41 МПа; 4 – изменение C_{pm} по нагрузочной характеристике в момент закрытия выпускного окна

Представленные на рис. 2. интерполяционные зависимости описывают изменение истиной массовой изобарной теплоемкости рабочего тела в карбюраторном двигателе. При построении зависимостей (рис. 2) уровень величины достоверности аппроксимации составил R^2 = 1. Представленная на рис. 2. интерполяционная зависимость 4 (C_{pm} = 0,8586 + + 0,0045·t при R^2 = 0,9953) отображает увеличение теплоемкости рабочего тела на такте сжатия с ростом нагрузки от P_e = 0,15 МПа до P_e = 0,41 МПа и позволяет определить значения истиной массовой изобарной теплоемкости в интервале изменения нагрузки.

Направление дальнейших исследований

Истинная массовая изобарная теплоемкость топливовоздушной смеси зависит от изменения суммарного коэффициента избытка воздуха, наличия продуктов сгорания в свежей смеси и их состав, что влияет на протекание процессов сгорания. Поэтому направление дальнейших исследований целесообразно проводить на обедненных и расслоенных топливовоздушных смесях, что предопределяется организацией внутреннего смесеобразования.

Выводы:

1. Определены значения коэффициента остаточных газов от γ = 0,25 при P_e = 0,14 Мпа до γ = = 0,166 при P_e = 0,41 МПа для двухтактного двигателя ДН–4 при работе по нагрузочной характеристике при n = 3000 мин$^{-1}$.

2. Получены интерполяционные формулы для определения истиной массовой изобарной теплоемкости смеси газов в цилиндре двигателя ДН–4 на такте сжатия при работе по нагрузочной характеристике при n = 3000 мин$^{-1}$ и внешнем смесеобразовании.

3. Полученные значения истиной массовой изобарной теплоемкости могут быть использованы при трехмерном моделировании газодинамической обстановки в двигателе для последующего использования в процессах газообмена, сжатия, смесеобразование и последующего сгорания.

Список литературы:

1. Двигатели внутреннего сгорания: учебник для вузов / [А.С. Хачиян, К.А. Морозов, В.Н. Луканин и др.] – М.: Высшая школа, 1985. – 311 с. 2. Двигатели внутреннего сгорания: устройство и работа поршневых и комбинированных двигателей / под ред. А.С. Орлина, М.Г. Круглова. – М.: Машиностроение, 1980. – 288 с. 3. Krzysztof Z. Mendera. Thermodynamic properties of working fluid of internal combustion engine / Krzysztof Z. Mendera // Jornal of KONES internal combustion engine. – 2004. – №3–4. С.53–60. 4. Krzysztof Z. Mendera. Thermodynamic analysis of spark ignition engine pressure data / Krzysztof Z. Mendera // Jornal of KONES internal combustion engine. – 2004. – №3–4. С.45–52. 5. Лебедев С.Е. Исследование продувки двухтактного двигателя методом газовых анализов / С.Е. Лебедев, М.С. Ховах // Дизелестроение. – 1940. – №1,2. 6. Антонов И.В. Методика экспериментального исследования процессов газообмена в двухтактном двигателе / И.В. Антонов // Двигатели внутреннего сгорания. – 1997. – Вып. № 56-57. – С.82–86. 7. Рабинович О.М. Сборник задач по технической термодинамике / Рабинович О.М. – М.: Машиностроение, 1969. – 376 с.

УДК 612.43.013

В.Г. Солодов, д-р техн. наук, А.А. Хандримайлов, инж.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СЖИМАЕМОГО ВЯЗКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВО ВПУСКНЫХ КАНАЛАХ И ЦИЛИНДРАХ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ. Часть I. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Введение

Работа посвящена численному моделированию нестационарных сжимаемых вязких турбулентных течений в элементах впускных систем поршневых двигателей. Повышение качества газообмена требует исследования нестационарных газодинамических процессов в ДВС, определяющих степень завихренности газового потока и, как следствие, качество смесеобразования в камере сгорания. Теоретические основы расчета нестационарных сжимаемых вязких турбулентных течений в элементах поршневых двигателей представлены в зарубежной литературе (см. обзор [1]). В то же время авторам статьи неизвестны современные разработки в Украине собственного программного обеспечения для решения задач о трехмерных нестационарных вязких турбулентных течениях в элементах ДВС.

В этой связи разработан и ниже представлен численный метод расчета сжимаемых вязких турбулентных течений газа в элементах впускных систем, цилиндрах и камерах сгорания поршневых двигателей на основе развития программного обеспечения MTFS [2, 3]. В части II работы дано его тестирование на данных ЛДА эксперимента [4].

Основы вычислительного метода

Уравнения переноса. Особенностью газодинамического моделирования в трактах ДВС является нестационарность течения вследствие подвижности границ расчетной области (движение клапанов и поршня). Вязкое турбулентное течение в области с подвижными границами описывается системой уравнений Навье-Стокса для сжимаемого газа в отсутствие массовых сил и в предположении адиабатичности стенок [5]:

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)}\rho dV+\oint_{S(t)}\rho\vec{\mathrm{v}}\vec{n}dS=0,$$

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)}\rho\vec{u}dV+\oint_{S(t)}\rho\vec{u}\vec{\mathrm{v}}\cdot\vec{n}dS+\oint_{S(t)}\widehat{P}\cdot\vec{n}dS=0, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)}edV+\oint_{S(t)}e\vec{\mathrm{v}}\cdot\vec{n}dS+ +\oint_{S(t)}\left(\widehat{P}\cdot\vec{u}\right)\cdot\vec{n}dS-\oint_{S(t)}(\vec{q}\cdot\vec{n})dS=0,$$

где $\widehat{P}$ - тензор напряжений; $\vec{u}=(u_1,u_2,u_3)$ - вектор скорости.

Тепловой поток определяется законом Фурье $\vec{q}=-\lambda\nabla T$, вектор относительной скорости движения газа $\vec{\mathrm{v}}=\vec{u}-\vec{v}_\Gamma$ через движущуюся со скоростью $\vec{v}_\Gamma$ границу объема. Система дополняется уравнением состояния газа. Для случая идеального газа полная энергия единицы объема $e=\rho\left(\mathbf{R}T/(\kappa-1)+0.5c^2\right)$. Для широкого диапазона изменения параметров используется переменное значение удельных теплоемкостей. В общем случае термическое и калорическое уравнения состояния представляются в виде $\rho(p,T)$, $h(p,T)$.

Далее без уменьшения общности будем считать, что система (1) может быть приведена к дивергентному виду в обобщенной криволинейной системе координат $\xi=\xi(x,y,z,t)$, $\eta=\eta(x,y,z,t)$, $\zeta=\zeta(x,y,z,t)$, разделена на конвективную и вязкую части, и осреднена по Рейнольдсу-Фавру[5].

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial\xi}+\frac{\partial F}{\partial\eta}+\frac{\partial G}{\partial\zeta}=\frac{\partial E_v}{\partial\xi}+\frac{\partial F_v}{\partial\eta}+\frac{\partial G_v}{\partial\zeta}. \tag{2}$$

Система (2) замыкается уравнениями модели турбулентности в рамках подхода Буссинеска.

Аппроксимация 2-го порядка решения во времени нестационарной задачи об эволюции газовой смеси в газовом тракте двигателя в условиях движущихся границ позволяет повысить разрешение физических полей во времени. Это достигается на основе неявного алгоритма с применением процедуры двойного временного шага [6], в которой в рамках глобального шага по физическому времени t сходимость достигается путем применения серии индивидуальных для каждой ячейки шагов по псевдовремени τ. При этом для временной производной системы уравнений (2) применяется дискретизация 1-го порядка для псевдовремени в рамках одного физического временного шага и трехточечная разностная формула 2-го порядка для физического времени t:

$$\frac{\partial Q}{\partial t}\approx\frac{\Delta Q}{\Delta\tau}+\frac{3\left(Q^m+\Delta Q\right)-4Q^n+Q^{n-1}}{2\Delta t}.$$

Счетчиком по псевдовремени служит индекс m, по физическому времени – индекс n. При вычислении приращения ΔQ поля величин Q^m,Q^n,Q^{n-1} в момент псевдовремени $m\Delta\tau$ и в моменты физического времени $n\Delta t$, $(n-1)\Delta t$ считаются известными.

Коррекция сжимаемости для низкоскоростных течений [7] обеспечивает снижение жесткости матрицы конвективного оператора в уравнениях Навье-Стокса с помощью коррекции собственных значений якобиевых матриц для малых чисел Маха. С этой целью в дополнение к вектору консервативных переменных $Q=(\rho,\rho u,\rho v,\rho w,e)^T$ вводится вектор примитивных переменных $q_T=(p,u,v,w,T)^T$ матричным преобразованием вида $dQ=\Gamma_T dq_T, \Gamma_T=\partial Q/\partial q_T, \Gamma_T^{-1}=\partial q_T/\partial Q$.

При дискретизации (2) получается основное неявное разностное уравнение для приращения вектора консервативных переменных ΔQ в общей форме

$$\widehat{\Gamma}_T\frac{\Delta q_T}{\Delta\tau}+\frac{3\left(Q^m+\Delta Q\right)-4Q^n+Q^{n-1}}{2\Delta t}+ \\ \delta_\xi E^{m+1}+\delta_\eta F^{m+1}+\delta_\zeta G^{m+1}=RHS_v(Q^n,Q^{n-1}), \tag{3}$$

где $\Delta Q=Q^{m+1}-Q^m$, $\Delta q_T={q_T}^{m+1}-{q_T}^m$ - временные разности;

δ_ψ - дифференциальные операторы по соответствующим направлениям;

$RHS_v(Q^n,Q^{n-1})$ - правая часть разностной формулы, содержащая вязкие слагаемые.

Одинаковые по структуре исходная Γ_T и скорректированная $\widehat{\Gamma}_T$ матрицы перехода к примитивным переменным q_T, одномерная форма которых в случае уравнения состояния общего вида имеет вид

$$\Gamma_T=\begin{bmatrix}\rho_p & 0 & \rho_T\\ u\rho_p & \rho & u\rho_T\\ h_o\rho_p+\rho h_p-1 & \rho u & \rho h_T+h_o\rho_T\end{bmatrix},$$

где $h_0=(e+p)/\rho=h+0.5c^2$ - полная энтальпия.

В матрице $\widehat{\Gamma}_T$ производная от плотности, характеризующая сжимаемость среды, заменена на $\rho'_P=1/\left(\varepsilon\cdot a^2\right)$ с корректирующим множителем $\varepsilon=\mathrm{M}_p^2/\left(1-(\kappa-1)\mathrm{M}_p^2\right)$. Величина M_p^2 - корректируемое число Маха, является параметром коррекции сжимаемости, определяется по [7]: $\mathrm{M}_p^2=\min\left\{1,\max\left(\mathrm{M}_i^2,\mathrm{M}_u^2,\mathrm{M}_{\min}^2\right)\right\}$; M_i - местная скорость звука, $\mathrm{M}_u=L/\left(\pi\Delta t\, a\right)$, L - характерный размер течения, a - скорость звука; $\mathrm{M}_{\min}^2\approx 3\mathrm{M}_\infty^2$ - ограничитель.

Для нахождения решения (3) линеаризуется в части конвективных членов относительно ΔQ:

$$\widehat{\Gamma}_T\frac{\Delta q_T}{\Delta\tau}+\frac{3\left(Q^m+\Gamma_T\Delta q_T\right)-4Q^n+Q^{n-1}}{2\Delta t}+ \\ +\delta_\xi\left(\Delta E^m+A_T^m\Delta q_T\right)+\delta_\eta\left(\Delta F^m+B_T^m\Delta q_T\right) \\ +\delta_\zeta\left(\Delta G^m+C_T^m\Delta q_T\right)=RHS_v(Q^n,Q^{n-1}).$$

Дальнейшие преобразования приводят к разностной формуле

$$\left[\widehat{\Gamma}_T+\frac{3\Delta\tau}{2\Delta t}\Gamma_T+\Delta\tau\sum_{(\psi)}D_{T\ \psi}^m\delta_\psi\right]\Delta q_T= \\ =RHS_v(Q^n,Q^{n-1})-\Delta\tau\left(\frac{3Q^m-4Q^n+Q^{n-1}}{2\Delta t}\right) \\ -\Delta\tau\left(\delta_\xi E^m+\delta_\eta F^m+\delta_\zeta G^m\right)=RHS^m,$$

где $D_{T\ \psi}^m=\left(A,B,C\right)_T^m$ - якобианы конвективных потоковых векторов по отношению к вектору переменных q_T, $\psi=\left(\xi,\eta,\zeta\right)$.

Матрица преобразования (с учетом двойного временного шага) определяется, как $\Phi_T=\widehat{\Gamma}_T+\frac{3\Delta\tau}{2\Delta t}\Gamma_T$ и получается разностное соотношение

$$\left[I+\Delta\tau\Gamma_T\Phi_T^{-1}\sum_{(\psi)}D_\psi^m\delta_\psi\right]\Delta Q=\Gamma_T\Phi_T^{-1}RHS^m, \tag{4}$$

где D_ψ^m - якобианы конвективных потоковых векторов по отношению к вектору переменных Q.

Матрица Φ_T, характеризующая двойной шаг по времени, учитывает коррекцию матрицы преобразования и имеет вид

$$\Phi_T=\frac{1}{\phi}\begin{bmatrix}\rho''_p & 0 & \rho_T\\ u\rho''_p & \rho & u\rho_T\\ h_o\rho''_p+\rho h_p-1 & \rho u & \rho h_T+h_o\rho_T\end{bmatrix}.$$

где $\rho''_p=\phi\left(\rho'_p-\rho_p\right)+\rho_p$ - величина, обратная квадрату скорости звука с учетом коррекции сжимаемости; $\phi=1/\left(1+1.5\,\Delta\tau/\Delta t\right)$ - основной параметр двойственности шага по времени; для стационарных течений $\phi=1$.

Определение ΔQ приводит к проблеме решения разностных уравнений (4) на каждом шаге псевдовремени. Решение основывается на обращении оператора левой части с помощью процедуры приближенной факторизации по пространственным переменным и последующей диагонализации [8, 9]:

$$\left[I+\Delta\tau\Gamma_T\Phi_T^{-1}\sum_{(\psi)}D_\psi^m\delta_\psi\right]\Delta Q\approx \\ \approx\prod_{(\psi)}\left(I+\Delta\tau\Gamma_T\Phi_T^{-1}D_\psi^m\delta_\psi\right)\Delta Q=\Gamma_T\Phi_T^{-1}RHS^m.$$

Прием сводит разностную задачу к трехдиагональным системам алгебраических уравнений, решаемым скалярными прогонками.

Далее система системы разностных уравнений приводится к трехдиагональному виду диагонализацией модифицированных якобианов $\Phi_T^{-1} D_{T\,\psi}^m$ на основе соотношений:

$$\Gamma_T \Phi_T^{-1} D_\psi^m = \Gamma_T \Phi_T^{-1} D_{T\,\psi}^m \Gamma_T^{-1} = \Gamma_T L_\psi \Lambda_\psi{}^m L_\psi^{-1} \Gamma_T^{-1} .$$

Матрицы L_ψ составлены из собственных векторов $\Phi_T^{-1} D_{T\,\psi}^m$, соответствующих их собственным значениям [7, 8]. Диагональные матрицы $\Lambda_\psi = L_\psi{}^{-1} \Phi_T^{-1} D_{T\,\psi}^m L_\psi$ состоят из собственных значений матриц $\Phi_T^{-1} D_{T\,\psi}^m$.

$$\Lambda_\psi^m = diag(\lambda_\psi{}^i) = diag\left\{\phi D_\psi, \phi D_\psi, \phi D_\psi, \lambda_\psi{}^4, \lambda_\psi{}^5)\right\},$$

$$\lambda_\psi{}^{4,5} = = \frac{1}{2}\phi\left[D_\psi\left(1+\frac{d}{d'}\right) \pm \sqrt{D_\psi{}^2\left(1-\frac{d}{d'}\right)^2 + 4\frac{\rho h_T}{d'}\psi_0^2}\right].$$

Скорректированные скорости переноса представляются в виде

$$D^\pm = \frac{1}{2}\phi D_\psi\left(1 \pm \frac{d}{d'}\right),$$

$$a' = \frac{1}{2}\phi\sqrt{D_\psi{}^2\left(1-\frac{d}{d'}\right)^2 + 4\frac{\rho h_T}{d'}\psi_0^2}.$$

Величины d, d' определяются из термодинамических соотношений [7] как

$$d = \rho h_T \rho_p + \rho_T\left(1-\rho h_p\right),\; d' = \rho h_T \rho'_p + \rho_T\left(1-\rho h_p\right),$$

и справедливы для достаточно общего уравнения состояния, включая случай $\rho = const$, при котором $d = 0$. Отключение коррекции сжимаемости влечет $d \equiv d''$, откуда следует

$$D_\psi = \phi D_\psi^+,\; D_\psi^- = 0,\; a' = \phi a \psi_0 .$$

Окончательно приближенную факторизацию получаем в виде

$$\Gamma_T \prod_{(\psi)} \left(L_\psi\left(I + \phi\Delta\tau\delta_\psi \Lambda_\psi^m\right) L_\psi^{-1}\right) \Gamma_T^{-1} \Delta Q = \Gamma_T \Phi_T^{-1} RHS^m .$$

В соответствии с методом [8] выполняется расщепление диагональных матриц Λ_ψ и якобианов D_ψ^m на составляющие матрицы со знакоопределенными собственными значениями для реализации обращения матриц способом прогонки:

$$\Lambda_\psi{}^\pm = 0.5\left(\left|\Lambda_\psi\right| \pm \Lambda_\psi\right),$$

$$D_\psi^m = \left(\Phi_T^{-1} D_\psi^m\right)^+ - \left(\Phi_T^{-1} D_\psi^m\right)^-$$
$$= L_\psi \Lambda_\psi{}^+ L_\psi{}^{-1} - L_\psi \Lambda_\psi{}^- L_\psi{}^{-1},$$

где матрицы $\left|\Lambda_\psi\right|$ составлены из абсолютных значений матриц Λ_ψ.

Переход от дифференциального факторизованного оператора δ_ψ к разностному оператору осуществляется с помощью односторонних разностей, составленных с учетом знаков собственных значений или направлений распространения возмущений в потоке [8]:

$$\nabla_\psi \left(\Phi_T^{-1} D_\psi^m\right)^+ \approx L_\psi \nabla_\psi \Lambda^+{}_\psi L_\psi{}^{-1},$$

$$\Delta_\psi \left(\Phi_T^{-1} D_\psi^m\right)^- \approx L_\psi \Delta_\psi \Lambda^-{}_\psi L_\psi{}^{-1},$$

где $\Delta_\psi f = f_{i+1} - f_i$, $\nabla_\psi f = f_i - f_{i-1}$, $\psi \equiv (\xi, \eta, \zeta)$.

Обращение оператора левой части производится на каждом шаге псевдовремени по известному алгоритму прогонки [8]. Правая часть RHS данного разностного уравнения зависит от членов, вычисленных на $m-1$ подитерации $n+1$ физического временного шага и моментов времени n и $n-1$, и поэтому вычисляется явно.

Пространственные производные в «вязких» членах аппроксимируются со 2-м порядком точности с помощью центральных разностей. Конвективные члены рассчитываются через векторы потоков на границах ячеек:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta}\right)_{ijk}^n \approx \left.\frac{E_{i+1/2,j,k} - E_{i-1/2,j,k}}{\Delta\xi}\right|^n +$$

$$+ \left.\frac{F_{i,j+1/2,k} - F_{i,j-1/2,k}}{\Delta\eta} + \frac{G_{i,j,k+1/2} - G_{i,j,k-1/2}}{\Delta\zeta}\right|^n .$$

Вычисление векторов потоков через грани может быть выполнено с помощью противопоточных разностей (см. например [8, 9 и др.]) по процедуре, подобной процедуре расщепления для неявной части алгоритма. Другим способом является приближенное решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва параметров на грани ячейки.

Для повышения порядка аппроксимации газодинамических переменных по обе стороны грани применяется их реконструкция изнутри ячейки на грань с помощью заранее вычисленных производных от поля параметров в центрах ячеек по формулам квадратичной реконструкции переменных [9]:

$$\phi(\psi, t^m) = \phi_i^m +$$

$$+\left(\frac{\partial\phi}{\partial\psi}\right)_i^m (\psi-\psi_i) + 0.5\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial\psi^2}\right)_i^m (\psi-\psi_i)^2,$$

которая приводит к семейству схем повышенного порядка точности на неравномерных сетках.

В этой связи особую важность приобретает точность и способ вычисления производных газодинамических переменных по полю на момент времени $m\Delta t$. В данной работе использована *ENO* аппроксимация в виде [9]:

$$\left(\frac{\Delta\phi}{\partial\psi}\right)_i =$$

$$= \frac{1}{\Delta\psi}\operatorname{minmod}\begin{bmatrix}\Delta_{i+1}\phi - \beta\operatorname{minmod}\left(\Delta_{i+1}^{+2}\phi, \Delta_{i+1}^{-2}\phi\right), \\ \Delta_i\phi + \beta\operatorname{minmod}\left(\Delta_i^{+2}\phi, \Delta_i^{-2}\phi\right)\end{bmatrix},$$

где $\Delta_i\phi = \phi_{i+1} - \phi_i$, $\Delta_i^{+\,2}\phi = \Delta_i\phi - \Delta_{i-1}\phi$, $\Delta_i^{-\,2}\phi = \Delta_{i+1}\phi - \Delta_i\phi$ - первые и вторые разности характеристической переменной ϕ , приращение которой вычисляется на основе матричного преобразования $\Delta_m\phi = \Gamma_\psi^{-1}L_\psi^{-1}\Delta_m Q$ в ячейке с номером i на основе пятиточечного шаблона первых и вторых разностей ϕ по соседним ячейкам с применением ограничителя $\operatorname{minmod}(x, y)$ [8, 9]. Согласно [9] производная от переменной ϕ вычисляется со вторым порядком при $\beta = 0.5$.

В задачах газообмена в ДВС использовано уравнение состояния идеального газа $p = \mathrm{R}\rho T$. Коэффициент теплоемкости газа при постоянном объеме предполагался линейно зависящим от температуры в процессе сжатия газа $C_V = C_{V_o} + C_V^T T$, $C_V^T \neq 0$. Переменность C_V отражается в собственных числах матриц якобианов преобразований и системы уравнений, влияет на скорость распространения малых возмущений в газе.

Заключение

Представлена численная модель сжимаемого вязкого турбулентного течения в элементах впускных трактов, камерах сгорания и цилиндрах поршневых двигателей на тактах впуска и сжатия на основе развития программного комплекса ***MTFS***. Численное моделирование процессов наполнения и сжатия представляется перспективным для исследования характеристик потока в цилиндре и камере сгорания дизеля, позволяет получать решения газодинамических задач в областях сложной геометрии, визуализировать структуру течения, получать количественную оценку характеристик потока. Развитие метода целесообразно в направлении повышения точности разрешения турбулентных пульсаций, практическое применение может быть направлено на решение задач смесеобразования и горения в ДВС.

Список литературы:

1. Солодов В.Г. Численное моделирование сжимаемых вязких турбулентных течений во впускных каналах и цилиндрах поршневых двигателей / В.Г. Солодов, А.А. Хандримайлов // Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы. – 2006. – Вып.2. – С. 212–233. 2. Солодов В.Г. Солвер для решения трехмерных нестационарных задач внутренней газодинамики / В.Г. Солодов, Ю.В. Стародубцев // Вестник ХГАДТУ. –2000. – Вып. 12,13. – С. 103–105. 3. Солодов В.Г. Научно-прикладной программный комплекс MTFS® для расчета трехмерных вязких турбулентных течений жидкостей и газов в областях произвольной формы. / В.Г Солодов, Ю.В. Стародубцев // Сертификат гос. регистр. авторских прав. –УГААСП.– №5921. – 07.16.2002. 4. Bicen A.F. Steady and unsteady air flow through an intake valve of a reciprocating engine / A.F. Bicen, C. Vafidis, J.H. Whitelaw // 2nd Winter Annual Meeting ASME. – 1984. – P. 47 – 55. 5. Ferziger J. Computational Methods for Fluid Dynamics / J. Ferziger, M. Peric. – Springer. – 1999. – 389 p 6. Arnone A. Integration of Navier-Stokes Equations Using Dual Time Stepping and a Multigrid Method / A. Arnone, V.Liou, L.Povinelli. / AIAA Journal - 1995. – №6. – P. 985–990. 7. Merkle C. Convergence Acceleration of the Navier-Stokes Equations through Time-Derivative Preconditioning / C. Merkle, S. Venkateswaran, M. Deshpande. // AGARD-CP578-NATO. – 1995. – P. 1-10. 8. Chung T.J. Computational Fluid Dynamics / T.J. Chung. – CUP. – 2002. – 1022 p. 9. Yang J.Y. Uniformly Second Order Accurate ENO Schemes for Euler Equations of Gas Dynamics / J.Y. Yang, C.K. Lombard. // AIAA Pap. 87–1166. – 1987. –9 p.